

Исследование прохождения оптического излучения через многослойные рассеивающие среды в приближении «рассеяние прямо назад»

С.А.Терещенко, Д.А.Потапов, И.С.Скоринкин

Московский государственный институт электронной техники
(технический университет)

Теоретически и экспериментально исследовано прохождение лазерных импульсов через сильнорассеивающую среду, состоящую из нескольких однородных слоев. Получено аналитическое решение уравнения переноса излучения в приближении «рассеяние прямо назад» для многослойной рассеивающей среды. Проведены эксперименты с двухслойной рассеивающей средой, показано их соответствие теоретическому описанию. Полученные результаты могут быть использованы при разработке биомедицинских оптических томографов.

В развитии трансмиссионной оптической томографии особое значение имеет описание прохождения излучения через сильнорассеивающую среду (СРС), на основе которого затем можно разрабатывать уже непосредственно томографические алгоритмы. В силу сложности такого описания исследование особенностей прохождения излучения через СРС выделилось в самостоятельную область, в которой переход к томографии только подразумевается.

В настоящей работе теоретически и экспериментально исследовано прохождение лазерных импульсов через рассеивающую среду, состоящую из нескольких однородных слоев.

Теория. Основным методом описания прохождения импульсного излучения через СРС является нестационарное уравнение переноса излучения (УПИ):

$$\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) + \vec{\Omega} \text{grad}(\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)) + \mu(\vec{r}) \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) - \iint_{4\pi} \mu_s(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}', t) d\Omega' = S(\vec{r}, \vec{\Omega}, t), \quad (1)$$

где $\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)$ – плотность потока фотонов в точке \vec{r} в момент времени t , движущихся в направлении $\vec{\Omega}$; $\mu_s(\vec{r}, \vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}')$ – дифференциальный по углам коэффициент рассеяния излучения (индикатриса рассеяния); $\mu(\vec{r}) = \mu_a(\vec{r}) + \mu_s(\vec{r})$ – коэффициент экстинкции; $\mu_a(\vec{r})$ – коэффициент поглощения излучения; $\mu_s(\vec{r}) = \iint_{4\pi} \mu_s(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) d\Omega' = \iint_{4\pi} \mu_s(\vec{r}, \vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}') d\Omega$ – коэффициент рассеяния излучения; $S(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)$ – плотность источников фотонов в точке \vec{r} в момент времени t , движущихся в направлении $\vec{\Omega}$; v – модуль скорости распространения излучения в среде.

Уравнение (1) в общем случае не имеет аналитического решения. В связи с этим необходимы дополнительные предположения (модели), позволяющие упростить УПИ.

В настоящее время наиболее часто используются диффузионная модель и модель «рассеяние прямо назад» (РПН) [1].

В РПН для индикатрисы рассеяния можно записать

$$\mu_s(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) = \mu_s(\vec{r})\delta_2(-\vec{\Omega}'\vec{\Omega}),$$

где $\delta_2(\bullet)$ – поверхностная дельта-функция; $\mu_s(\vec{r})$ – коэффициент рассеяния модели «рассеяние прямо назад». В результате УПИ преобразуется в более простое уравнение:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) + \vec{\Omega} \text{grad}(\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)) + \mu(\vec{r})\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) - \mu_s(\vec{r})\Phi(\vec{r}, -\vec{\Omega}, t) = S(\vec{r}, \vec{\Omega}, t). \quad (2)$$

Проинтегрировав уравнение (2) по времени, получим уравнение для полной энергии импульса:

$$\vec{\Omega} \text{grad}(I(\vec{r}, \vec{\Omega})) + \mu(\vec{r})I(\vec{r}, \vec{\Omega}) - \mu_s(\vec{r})I(\vec{r}, -\vec{\Omega}) = W(\vec{r}, \vec{\Omega}),$$

где $I(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int_0^\infty \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) dt$ и $W(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int_0^\infty S(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) dt$. Для однородного слоя рассеивающей среды ($\mu_s(\vec{r}) = \mu_s = \text{const}$ и $\mu(\vec{r}) = \mu = \text{const}$) и точечного мгновенного мононаправленного источника излучения $S(\vec{r}, \vec{\Omega}, t) = I_0 \delta_2(\vec{\Omega}\vec{\Omega}_S) \delta(\vec{r} - \vec{r}_S) \delta(t)$ в системе координат (ξ, ζ, z) , в которой ось ζ направлена вдоль направления $\vec{\Omega}_S$, можно записать

$$I_+''(\zeta) - (\mu^2 - \mu_s^2)I_+(\zeta) = 0 \quad (3)$$

с граничными условиями

$$\begin{cases} I_+(\zeta_S) = I_0, \\ \mu(\zeta_1)I_+(\zeta_1) + I_+'(\zeta_1) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь $I_+(\zeta) = I(\xi, \zeta, z, \vec{\Omega}_S)$, $\vec{r}_S = (\xi, \zeta_S, z)$ – точка входа, $\vec{r}_1 = (\xi, \zeta_1, z)$ – точка выхода луча из рассеивающей среды. Решением уравнения (3) с граничными условиями (4) в точке $\vec{r}_1 = (\xi, \zeta_1, z)$ будет

$$I_+(\zeta_1) = I_0 \frac{2k}{(1+k) \exp(k\mu l) - (1-k) \exp(-k\mu l)},$$

где $l = \zeta_1 - \zeta_S$ – толщина слоя; $k = \sqrt{1 - \beta^2}$, $\beta = \mu_s/\mu$.

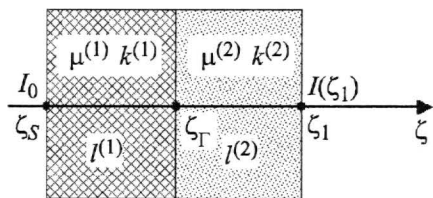


Рис.1. Двухслойная сильнорассеивающая среда

Для двухслойной рассеивающей среды (рис.1) с характеристиками $l^{(1)}$, $\mu^{(1)}$, $k^{(1)}$ и $l^{(2)}$, $\mu^{(2)}$, $k^{(2)}$ соответственно можно записать систему уравнений

$$\begin{cases} [I_+^{(1)}(\zeta)]'' - (\mu^{(1)}k^{(1)})^2 I_+^{(1)}(\zeta) = 0 \\ [I_+^{(2)}(\zeta)]'' - (\mu^{(2)}k^{(2)})^2 I_+^{(2)}(\zeta) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

с граничными условиями

$$\begin{cases} I_+^{(1)}(\zeta_S) = I_0, \\ \frac{\mu^{(1)}(\zeta_\Gamma)I_+^{(1)}(\zeta_\Gamma) + [I_+^{(1)}(\zeta_\Gamma)]'}{\beta^{(1)}\mu^{(1)}} = \frac{\mu^{(2)}(\zeta_\Gamma)I_+^{(2)}(\zeta_\Gamma) + [I_+^{(2)}(\zeta_\Gamma)]'}{\beta^{(2)}\mu^{(2)}}, \\ I_+^{(1)}(\zeta_\Gamma) = I_+^{(2)}(\zeta_\Gamma), \\ \mu(\zeta_1)I_+^{(2)}(\zeta_1) + [I_+^{(2)}(\zeta_1)]' = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Аналогично можно записать систему уравнений для произвольного количества слоев. Однако уже решение двухслойной задачи (6), (7) является довольно громоздким процессом. При увеличении количества слоев прямое решение соответствующих систем уравнений становится необозримым. Можно использовать более рациональный способ итерационного получения решения для многослойных рассеивающих сред, основанный на методе энергетического баланса [2].

Введем для многослойной среды, состоящей из N слоев, следующие обозначения:

$$\begin{cases} A_i = \frac{2k^{(i)}}{(1+k^{(i)})\exp(k^{(i)}\mu^{(i)}l^{(i)}) - (1-k^{(i)})\exp(-k^{(i)}\mu^{(i)}l^{(i)})}; \\ B_i = \frac{\beta^{(i)}[\exp(k^{(i)}\mu^{(i)}l^{(i)}) - \exp(-k^{(i)}\mu^{(i)}l^{(i)})]}{(1+k^{(i)})\exp(k^{(i)}\mu^{(i)}l^{(i)}) - (1-k^{(i)})\exp(-k^{(i)}\mu^{(i)}l^{(i)})}, \end{cases}$$

где $\beta^{(i)}$, $k^{(i)}$, $\mu^{(i)}$, $l^{(i)}$ – характеристики i -го слоя ($i = 1, 2, \dots, N$). Тогда

$$I_+^{(N)}(\zeta_1) = I_0 \frac{(-1)^N \prod_{i=1}^N A_i}{H_N}, \quad (7)$$

где H_N находятся из рекуррентных соотношений

$$\begin{cases} H_N = -H_{N-1} - G_{N-1}B_N, \\ G_N = H_{N-1}B_N - G_{N-1}(A_N^2 - B_N^2), \end{cases} \quad (8)$$

причем $H_1 = -1$ и $G_1 = B_1$. Используя соотношения (8), нетрудно получить $H_2 = 1 - B_1B_2$, $H_3 = -1 + B_1B_2 + B_2B_3 + B_1(A_2^2 - B_2^2)B_3$, $H_4 = 1 - B_1B_2 - B_2B_3 - B_1(A_2^2 - B_2^2)B_3 - \{(1 - B_1B_2)B_3 + [B_2 + B_1(A_2^2 - B_2^2)](A_3^2 - B_3^2)\}(A_4^2 - B_4^2)$. Соответствующие выражения для интенсивности прошедшего через многослойную рассеивающую среду излучения получаются подстановкой H_N в формулу (7).

Эксперимент. Для экспериментального исследования прохождения лазерного излучения через многослойную рассеивающую среду на первом этапе использовалась двухслойная рассеивающая среда. Блок-схема экспериментальной установки приведена на рис.2, а ее внешний вид – на рис.3.

В качестве источника излучения был использован инфракрасный полупроводниковый лазер ВНLP-700 («Becker & Hickl GmbH», Германия) с длиной волны 782 нм, длительностью импульса 75 пс и мощностью импульса 2 мВт. В качестве рассеивающей среды был использован раствор молока в воде.

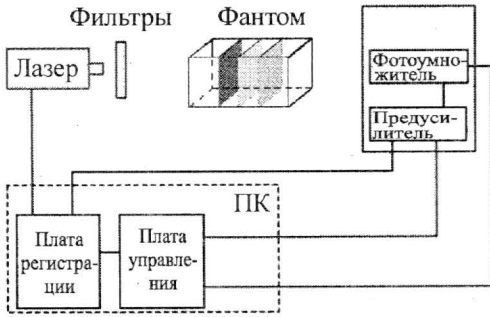


Рис.2. Блок-схема экспериментальной установки

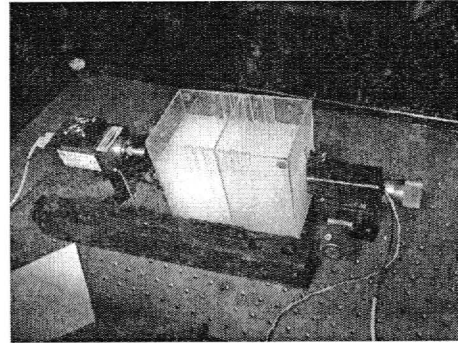


Рис.3. Внешний вид экспериментальной установки

На рис.4 приведены графики теоретических и экспериментальных зависимостей относительной интенсивности лазерного импульса, прошедшего через двухслойную сильнорассеивающую среду в случае, когда толщина первого слоя оставалась постоянной ($L_1 = 58$ мм). Для каждого из трех фиксированных значений концентраций рассеивателя n_1 в первом слое концентрация рассеивателя во втором слое изменялась от минимальной ($n_2 = 0,5\%$) до максимальной ($n_2 = 5\%$) с шагом $0,5\%$. Относительная интенсивность – отношение текущего значения интенсивности к максимальному, определяемая отдельно для каждого значения концентрации рассеивателя в первом слое.

На рис.5 приведены графики теоретических и экспериментальных зависимостей относительной интенсивности лазерного импульса, прошедшего через двухслойную сильнорассеивающую среду, в случаях, когда толщина первого слоя изменялась за счет изменения положения перегородки (концентрация рассеивателя в слое оставалась постоянной $n_1 = 1,5\%$), а во втором слое изменялась от $0,5$ до $2,5\%$ с шагом $0,5\%$. Относительная интенсивность – отношение текущего значения интенсивности к интенсивности в случае однородной среды, определяемая отдельно для каждого значения концентрации рассеивателя в первом слое.

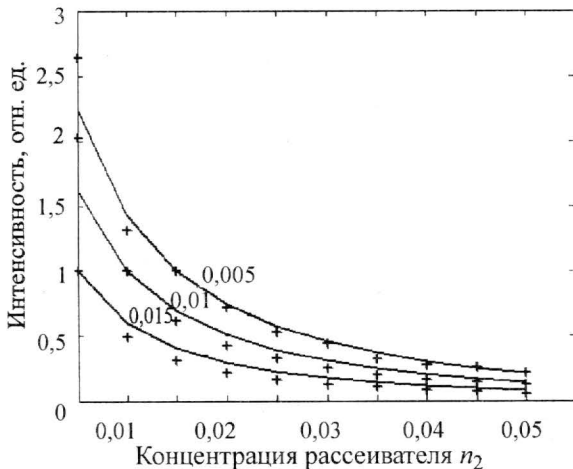


Рис.4. Теоретические (линии) и экспериментальные (+) зависимости относительной интенсивности прошедшего через двухслойную СРС лазерного импульса от концентрации рассеивателя во втором слое при разных значениях концентрации рассеивателя в первом слое

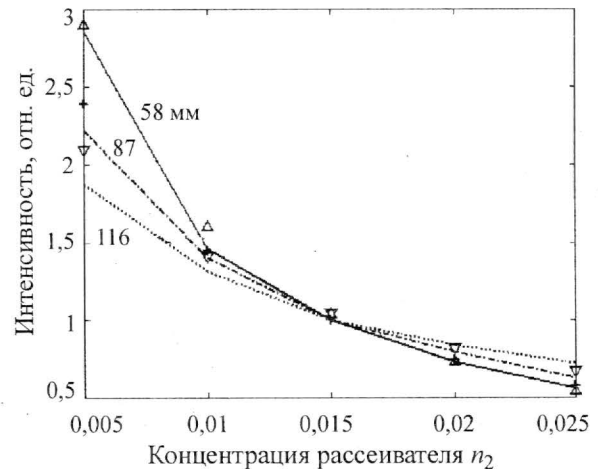


Рис.5. Теоретические (линии) и экспериментальные (Δ , +, ∇) зависимости относительной интенсивности прошедшего через двухслойную СРС лазерного импульса от концентрации рассеивателя во втором слое при разных значениях толщины первого слоя

Таким образом, получено аналитическое решение уравнения переноса излучения в приближении «рассеяние прямо назад» для многослойной рассеивающей среды. Это решение было использовано для экспериментального исследования прохождения лазерного излучения через двухслойную среду. Проведено сравнение экспериментальных данных с теоретическими, которое в целом подтвердило их согласованность. Полученное аналитическое решение может быть использовано при исследовании переноса излучения в произвольной среде, которая может быть представлена как многослойная.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект № РНП.2.1.1.4553).

Литература

1. *Терещенко С.А.* Методы вычислительной томографии. – М.: Физматлит, 2004. – 320 с.
2. *Потапов Д.А., Терещенко С.А.* Реконструкция томограмм в трансмиссионной оптической томографии рассеивающих сред на основе осевой модели переноса излучения // Изв. вузов. Электроника. – 2004. – № 5. – С. 84–91.

Статья поступила
14 марта 2008 г.

Терещенко Сергей Андреевич – доктор физико-математических наук, профессор кафедры биомедицинских систем (БМС) МИЭТ. *Область научных интересов:* вычислительная томография.

Потапов Дмитрий Александрович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры БМС МИЭТ. *Область научных интересов:* оптическая интроскопия.

Скоринкин Иван Сергеевич – студент 5 курса кафедры БМС МИЭТ. *Область научных интересов:* взаимодействие лазерного излучения с биологическими сильно-рассеивающими средами.



Издательско-полиграфический комплекс
Московского государственного института электронной техники
информирует



Вышло в свет учебное пособие

Д.В. Незлин

Радиотехнические системы



ISBN 978-5-7256-0498-6
Формат 60 x 84 1/16,
объем 208 с.: ил.

Рассматриваются вопросы, связанные с построением и функционированием радиолокационных, радионавигационных систем и систем радиоуправления подвижными объектами. Приводятся основные характеристики указанных систем.

Предназначено для студентов 5-го курса факультета МП и ТК, изучающих дисциплину «Радиотехнические системы». Может быть также использовано лицами, обучающимися в магистратуре МИЭТ.

Выполнено в рамках инновационной образовательной программы МИЭТ «Современное профессиональное образование для российской инновационной системы в области электроники».