ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 004.942

Идентификация параметров функционирования сложных технических систем на основе априорной информации и результатов испытаний

А.И.Терентьев

Московский государственный институт электронной техники (технический университет)

Рассмотрены постановка и методы решения задачи идентификации параметров функционирования сложных технических систем. Разработаны критерии, используемые в процессе решения задачи, указаны их достоинства по сравнению с широко распространенными интегральными критериями.

Классическая задача идентификации, решаемая в теории автоматического управления, описана в литературе достаточно широко [1]. Решением этой задачи является одна из типовых структур модели объекта управления, представляемого черным ящиком. Параметры структуры определяются по наблюдаемым векторам входных и выходных сигналов исследуемого объекта. Полученная модель используется для управления этим объектом. При этом следует отметить факт отсутствия прямой связи между параметрами типовой структуры модели и параметрами функционирования реального объекта.

Предложенные в данной работе постановка и решение задачи идентификации позволяют определить именно параметры функционирования реального объекта. Причем в процессе идентификации совместно используются результаты как натурных испытаний, так и компьютерного эксперимента. Данный подход является достаточно актуальным, о чем свидетельствует появление в странах Запада ряда программных продуктов, предназначенных для моделирования эксплуатационных характеристик сложных систем. В качестве примера можно привести продукт LMS Virtual.Lab компании LMS International [2].

Идентификация параметров функционирования сложных технических систем представляет собой задачу нахождения их значений, при которых характеристики поведения модели наилучшим образом соответствуют имеющимся результатам испытаний исследуемой реальной системы.

Для определения соответствия поведения модели и реальной системы (адекватности) используются характеристики функционирования динамической системы, в качестве которых могут выступать, например, кинематические характеристики движения (положения, скорости, ускорения), полученные в результате испытаний. При решении задачи идентификации может использоваться произвольное количество характеристик функционирования. В качестве идентифицируемых могут выступать различные параметры контуров управления (например, коэффициенты усиления, постоянные времени корректирующих устройств), параметры конструкции механизма, начальные условия движения и др.

Постановка задачи идентификации. Пусть имеются результаты измерений характеристик функционирования сложной технической системы, полученные в процессе испытаний: $\xi_i, i=1,...,m$, где m – число измеряемых характеристик.

Сложная техническая система представляется в виде математической модели [3], в которой могут измеряться значения тех же характеристик функционирования, что и в реальной системе: $z_i, i=1,...,m$. Характеристики, полученные в модели, определяются процессом ее функционирования и зависят от значений идентифицируемых параметров. Необходимо определить значения идентифицируемых параметров с учетом наложенных на них ограничений, при которых полученные в модели характеристики поведения динамической системы наиболее близки к результатам измерений функционирования реальной сложной технической системы. Для каждого идентифицируемого параметра может быть задано его субъективное распределение как случайной величины или некоторое численное ограничение. Если распределение не задано, то оно считается равномерным. Обозначим вектор идентифицируемых параметров $\mathbf{x}=\{x_1,...,x_n\}$, где n – их количество.

Соответствие поведения модели динамической системы с имеющимися результатами измерений функционирования реальной системы определяется на основе критерия адекватности.

Структурная схема вычисления критерия адекватности представлена на рис.1, а математическое выражение для его вычисления имеет следующий вид:

$$J(\mathbf{x})=\sum_{i=1}^{m}\omega_i\|\xi_i(\mathbf{x})-z_i(\mathbf{x})\|, \tag{1}$$

где ω_i – весовой коэффициент i-й характеристики.

Весовые коэффициенты используются для приведения значений расхождений к безразмерному виду и задаются пользователем. Они определяют относительную важность используемых характеристик функционирования системы для идентификации параметров, при этом чем больше значение коэффициента, тем важнее характеристика.

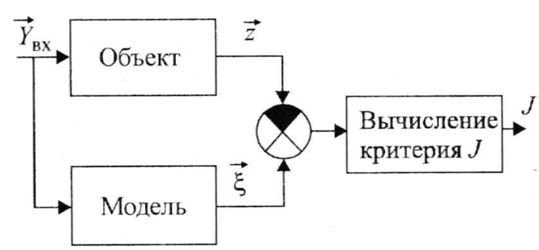

Рис.1. Оценка адекватности модели

В формуле (1) операция $\|\ \|$ означает вычисление нормы, при этом используется норма разности двух величин. При решении задачи идентификации в качестве основных норм можно использовать следующие [4]:

$$L_1=\frac{1}{t_2-t_1}\int_{t_1}^{t_2}|F(\tau)-G(\tau)|d\tau;$$

$$L_2=\frac{1}{t_2-t_1}\sqrt{\int_{t_1}^{t_2}(F(\tau)-G(\tau))^2 d\tau}; \qquad L_3=\max_{\tau\in[t_1;t_2]}|F(\tau)-G(\tau)|,$$

где $F(\tau)$ – выходной сигнал модели; $G(\tau)$ – выходной сигнал реальной системы; (t_1-t_2) – интервал сравнения.

Рассмотренные критерии служат для оценки близости непрерывных характеристик функционирования модели и реальной системы. Если для оценки адекватности используется дискретный набор параметров, то вычисления можно провести с использованием критерия Тейла:

$$U = \frac{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(P_i - A_i)^2}}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}P_i^2} + \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}A_i^2}}, \tag{2}$$

где A_i и P_i – экспериментальное и расчетное значения оцениваемой величины; n – число измерений.

Коэффициент U показывает степень соответствия расчетных и экспериментальных значений оцениваемых величин и может изменяться в пределах от 0 до 1, причем если $U = 0$, то модель полностью соответствует реальному процессу, если $U = 1$, то модель следует отвергнуть.

Следует отметить, что перечисленные выше критерии не используют априорную информацию об идентифицируемых параметрах, что является их недостатком.

Модифицируем эти критерии применительно к решению задачи идентификации параметров функционирования сложных технических систем с учетом использования априорной информации. Если известны функции распределения случайных величин, соответствующих идентифицируемым параметрам, то в качестве критерия можно принять одну из норм, перечисленных выше, умноженную на отношение максимума вероятности совместного распределения параметров к ее значению для рассматриваемого вектора параметров $\mathbf{x}$:

$$J(x) = \frac{\max\limits_{x}(P(\mathbf{x}))}{P(\mathbf{x})}\left[\sum_{i=1}^{m}\omega_i\|\xi_i - z_i(\mathbf{x})\|\right],$$

где $\max(P(\mathbf{x}))$ – максимальное значение вероятности совместного распределения случайных величин, соответствующих идентифицируемым параметрам. Если считать, что параметры независимы, то эта вероятность равна произведению вероятностей случайных величин ($P(\mathbf{x})$ – произведение вероятностей, отвечающих значениям параметров в данном расчете).

Если априорно известны предполагаемые плотности вероятности идентифицируемых параметров как случайных величин, то можно использовать модифицированный с учетом этих вероятностей [5] критерий (1). Продемонстрируем применение данного подхода на примере системы с одним параметром $\mathbf{x} = \{x_1\}$. Если в ходе вычислений получили значение критерия $J(\mathbf{x}_{\text{иск}}) = 0$, то это соответствует абсолютному совпадению выходных сигналов модели и реальной системы, а следовательно $\mathbf{x}_{\text{иск}}$ следует принять за искомый ответ. В общем случае из-за погрешностей, вносимых вычислениями, измерениями и другими факторами, график критерия $J(\mathbf{x})$ будет выглядеть подобно изображенному на рис.2. На графике отображаются $p_1(\mathbf{x})$ – априорно известная плотность вероятности параметра $\mathbf{x}$ как случайной величины и $p_2(\mathbf{x})$ – сдвинутый график $p_1(\mathbf{x})$ таким образом, чтобы максимум этого графика совпадал с минимумом критерия $J(\mathbf{x})$. Значение $\mathbf{x}_{\text{иск}}$, в окрестности которого достигается максимум произведения $p_1(\mathbf{x})\cdot p_2(\mathbf{x})$, является наиболее вероятным в данной постановке и считается ответом.

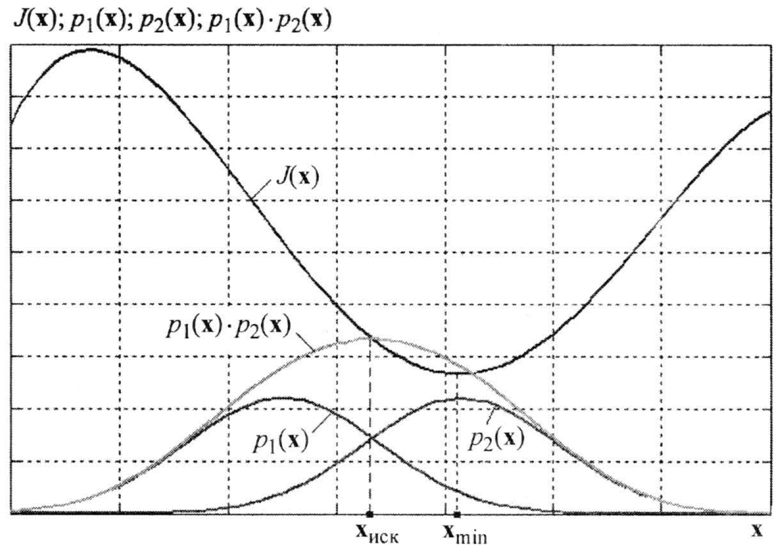

Рис.2. Пояснения к подходу использования априорной информации об идентифицируемых параметрах

Преимущество рассмотренного подхода заключается в том, что он позволяет учесть вероятностные или числовые ограничения, наложенные на значения идентифицируемых параметров, т.е. повышается качество идентификации за счет сочетания априорной информации с результатами испытаний.

Методы решения задачи идентификации. Решать поставленную задачу можно разными методами, но общая идея такова: решением задачи идентификации является вектор значений идентифицируемых параметров $\mathbf{x}^*$, удовлетворяющий условию:

$$\mathbf{x}^* = \arg\min_x \left(J(\mathbf{x})\right),$$

где $\arg\min\limits_x \left(J(\mathbf{x})\right)$ – операция получения значения $\mathbf{x}$, при котором достигается минимум функции $J(\mathbf{x})$.

При решении задачи идентификации будем исходить из желательности разрешения системы уравнений $\xi(\mathbf{x}) - z(\mathbf{x}) = 0$ относительно параметра $\mathbf{x}$. При этом получить аналитическое решение системы достаточно сложно, поэтому ее решение будет находиться численными методами. Для нахождения этого решения предлагается руководствоваться следующими соображениями. Пусть на начальном шаге имеется нулевое приближение $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ (на k-м шаге приближение $\mathbf{x} = \mathbf{x}_k$). Представим точное решение $\mathbf{x}^*$ в форме $\mathbf{x}^* = \mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}$ и будем приближенно разыскивать поправку $\Delta\mathbf{x}$, считая ее «малой» (на начальном шаге $\Delta\mathbf{x} = \Delta\mathbf{x}_0$, далее индекс 0 не пишем). Подстановка приближения в исходную систему дает

$$\xi - z(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}) = 0.$$

Выполняя линеаризацию z при малых $\Delta\mathbf{x}$, в окрестности точки $\mathbf{x}_0$ имеем:

$$\xi - \frac{\partial z(\mathbf{x}_0)}{\partial \mathbf{x}}\Delta\mathbf{x} - \ldots - z(\mathbf{x}_0) = 0.$$

После отбрасывания остаточного члена соотношения принимают вид линейной системы уравнений

$$\frac{\partial z(\mathbf{x}_0)}{\partial \mathbf{x}} \Delta \mathbf{x} = \xi - z(\mathbf{x}_0)$$

с известными правыми частями или с учетом обозначения $Z(\mathbf{x}) = \dfrac{\partial z(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}$

$$Z(\mathbf{x}_0) \Delta \mathbf{x} = \xi - z(\mathbf{x}_0).$$

Далее каждое векторное уравнение умножается на матрицу $Z^T(\mathbf{x}_0)$, что приводит к системе уравнений

$$Z^T(\mathbf{x}_0) Z(\mathbf{x}_0) \Delta \mathbf{x} = Z^T(\mathbf{x}_0)[\xi - z(\mathbf{x}_0)].$$

В общем случае матрица Z в каждом из векторных уравнений является прямоугольной, размера $m \times n$, где m – общее количество измеряемых характеристик, n – количество идентифицируемых параметров. Каждое из векторных уравнений имеет квадратную матрицу $Z^T(\mathbf{x}_0) Z(\mathbf{x}_0)$ размера $n \times n$. Почленное сложение всех уравнений приводит к одному линейному векторному уравнению относительно поправки $\Delta \mathbf{x}$:

$$\left[\sum_{i=1}^{m} Z^T(\mathbf{x}_0) Z(\mathbf{x}_0) \right] \Delta \mathbf{x} = \sum_{i=1}^{m} Z^T(\mathbf{x}_0)(\xi_i - z_i(\mathbf{x}_0)).$$

Матрица линейного векторного уравнения является квадратной матрицей порядка n, причем она является симметричной и неотрицательно определенной, а в случае ее невырожденности – положительно определенной. Введем обозначения:

$A(\mathbf{x}_0) = \sum_{i=1}^{m} Z^T(\mathbf{x}_0) Z(\mathbf{x}_0)$ – матрица размера $n \times n$;

$b(\mathbf{x}_0) = \sum_{i=1}^{m} Z^T(\mathbf{x}_0)(\xi_{si} - z_{si}(\mathbf{x}_0))$ – вектор размера n. Тогда можем записать векторное уравнение в форме:

$$A(\mathbf{x}_0) \Delta \mathbf{x} = b(\mathbf{x}_0). \tag{3}$$

Соответственно искомые поправки $\Delta \mathbf{x}$ на каждом шаге будут находиться как решение уравнения (3):

$$\Delta \mathbf{x} = (A(\mathbf{x}_0))^{-1} b(\mathbf{x}_0). \tag{4}$$

Решение уравнения (4) численными методами не представляет труда [6].

Возможными методами решения задачи идентификации являются методы оптимизации, использование которых заключается в следующем. В качестве первого приближения идентифицируемых параметров берутся случайные значения с учетом наложенных ограничений. Далее происходит поиск значений параметров, обеспечивающих экстремум одного из описанных выше критериев.

Одним из перспективных методов оптимизации является генетический алгоритм (ГА) [7]. Он основан на сохранении лучших особей популяции и возможного улучшения худших за счет скрещиваний и различных видов мутаций. Важное для решения задачи идентификации преимущество этого метода по сравнению со стандартными методами оптимизации заключается в том, что он позволяет быстро получить решение при большом значении оптимизируемых параметров. В качестве недостатков ГА отметим трудность их применения в случае, когда необходимо найти точный глобальный оптимум или определить все решения задачи, а не одно из них.

Отметим, что для получения лучших результатов рассмотренные методы могут работать последовательно, т.е. первоначально можно решить систему (3) и в дальнейшем полученное решение уточнить с помощью методов оптимизации.

В качестве примера рассмотрим идентификацию параметров функционирования системы управления (СУ) движением манипулятора-робота [8]. Структурная схема исследуемой СУ изображена на рис.3.

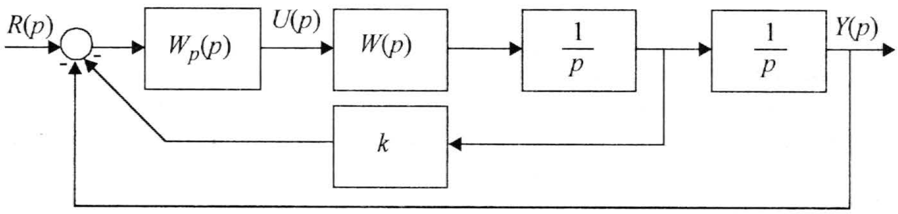

Рис.3. Структурная схема СУ

Передаточная функция объекта управления $W(p)=\dfrac{\left(p^2+T_1p+k_1\right)\left(p^2+T_2p+k_2\right)}{\left(p+k_5\right)\left(p^2+T_3p+k_3\right)\left(p^2+T_4p+k_4\right)}$;

передаточная функция регулятора $W_p(p)=\dfrac{k_0(p+k_5)}{(p+k_6)}$; $R(p)$ – заданное желаемое положение манипулятора робота; $Y(p)$ – действительное положение манипулятора. Вектор идентифицируемых параметров представим в виде: $\{k_0,...,k_6,T_1,...,T_4\}$. В качестве измеряемой характеристики функционирования рассматриваемой СУ будем использовать переходную характеристику $h(t)$.

Решаем задачу идентификации в среде MATLAB совместно с Simulink. Для этого реализуем модель СУ в виде **.mdl* файла, а саму программу – в виде *m*-файла. Результаты испытаний для предварительной оценки можно смоделировать следующим образом:

- возьмем значения параметров $\{k,k_1,...,k_6,T_1,...,T_4\}$ такими же, как указано в [8];
- на вход модели подаем единичный ступенчатый сигнал;
- фиксируем выход системы.

Погрешность измерений учтем добавлением случайной величины со средним квадратичным отклонением $\sigma=0{,}05A$. Для идентифицируемых параметров зададим следующие ограничения: параметры $k_0,...,k_4\in\left(10^3-10^5\right)$, $k_5,k_6\in(1-10)$, T_i имеет нормальный закон распределения с известными параметрами.

В качестве первого приближения вектора идентифицируемых параметров возьмем случайные значения $\{k_0,...,k_6,T_1,...,T_4\}$. Запустим *m*-файл и в результате его работы получим значения идентифицируемых параметров $k_0=5{,}1$, $k_1=10100{,}2$, $k_2=2747{,}45$, $k_3=22510{,}12$, $k_4=90125{,}62$, $k_5=1{,}23$, $k_6=4{,}87$, $T_1=4{,}73$, $T_2=11{,}8$, $T_3=2{,}47$, $T_4=5{,}89$.

Для оценки адекватности полученной модели воспользуемся критерием (1). Для найденных значений параметров его значение составляет 2,08, что показывает достаточно точное соответствие результатов испытаний и моделирования.

Рассмотренная задача идентификации и методы ее решения с использованием перечисленных критериев положены в основу разрабатываемого программного комплекса идентификации параметров и характеристик функционирования сложных технических систем.

Литература

1. ***Льюнг Л.*** Идентификация систем. Теория для пользователя: Пер. с англ. / ***Под ред. Я.З.Цыпкина***. – М.: Наука, 1991. – 432 с.
2. http://www.lmsintl.com/simulation/lmsvirtuallab
3. ***Самарский А.А.*** Математическое моделирование. – М.: Физматлит, 2004. – 320 с.
4. ***Колмогоров А.Н., Фомин С.В.*** Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Физматлит, 2006. – 572 с.
5. ***Вентцель Е.С.*** Теория вероятностей. – М.: Физматлит, 1969. – 576 с.
6. ***Лесин В.В., Лисовец Ю.П.*** Основы методов оптимизации. – М.: МАИ, 1998. – 344 с.
7. ***Бархоткин В.А., Терентьев А.И.*** Генетический алгоритм как один из способов решения задачи оптимизации // Материалы Междунар. науч.-техн. конф. «Многопроцессорные вычислительные и управляющие системы – 2007». – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2007. – Т. 2. – С. 38–41.
8. ***Дорф Р., Бишоп Р.*** Современные системы управления: Пер. с англ. Б.И. Копылова. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2002. – 832 с.

Статья поступила после доработки
9 апреля 2008 г.

Терентьев Алексей Игоревич – аспирант кафедры вычислительной техники МИЭТ. *Область научных интересов*: моделирование, системы автоматического управления, цифровая обработка сигналов, микроконтроллеры.