

**Многогипотезное распознавание трехмерных объектов
на зашумленных изображениях**

В.А. Бархоткин, М.П. Кочетков

*Национальный исследовательский университет «МИЭТ»,
г. Москва, Россия*

kmp@miie.ru

Существующие методы распознавания для систем технического зрения эффективны для отдельных несложных объектов, которые должны наблюдаться в достаточно детерминированных условиях (определенное освещение, фон и положение объекта относительно камеры). При функционировании робототехнических комплексов на заранее не подготовленной территории данные условия, как правило, не соблюдаются. В перспективных роботизированных комплексах необходимо решить задачу реализации алгоритмов распознавания трехмерных объектов различных классов в сложных недетерминированных условиях. В работе рассмотрены вопросы распознавания трехмерных объектов с неизвестным ракурсом наблюдения по изображениям их двухмерных проекций. Многогипотезное распознавание построено на базе обобщения двухальтернативного решающего правила. Исследованы вопросы использования ROC-анализа для оценки эффективности системы распознавания. Представлены формульные зависимости для определения величин возможных ошибок. Полученные результаты могут быть применены при разработке методов и способов идентификации объектов в условиях недостаточно определенной среды для систем технического зрения робототехнических комплексов различного назначения, функционирующих вне заводских помещений.

Ключевые слова: вероятность ошибки; гипотеза; закон распределения; признак распознавания; трехмерный объект

Для цитирования: Бархоткин В.А., Кочетков М.П. Многогипотезное распознавание трехмерных объектов на зашумленных изображениях // Изв. вузов. Электроника. – 2018. – Т. 23. – № 4. – С. 379–388. DOI: 10.24151/1561-5405-2018-23-4-379-388

Multihypothetical Recognition of Three-Dimensional Objects in Distorted Images

V.A. Barkhotkin, M.P. Kochetkov

National Research University of Electronic Technology, Moscow, Russia

kmp@miee.ru

Abstract: The existing recognition methods for vision systems are effective only for certain fairly simple objects, which are observed in sufficiently deterministic conditions (certain illumination, background and position of the object relative to the camera). During functioning of robotic complexes on a previously unprepared territory, the listed conditions, as a rule, are not fulfilled. Thus, the prerequisites for the implementation in perspective the robotic complexes of the algorithms for recognizing the three-dimensional objects of various classes in the complex nondeterministic conditions are created. The issues of recognition of three-dimensional objects with an unknown viewing angle from the images of their two-dimensional projections have been considered. The multihypothetical recognition is based on the generalization of a two-alternative decision rule. The questions of using the ROC-analysis for evaluating the effectiveness of the recognition system have been investigated. The formula dependencies to determine the magnitudes of possible errors have been presented. The obtained results can be used in the development of methods and ways for identifying objects in conditions of an inadequately defined environment for vision systems of robotic complexes for various purposes operating outside the factory premises.

Keywords: error probability; hypothesis; distribution law; attribute of recognition; three-dimensional object

For citation: Barkhotkin V.A., Kochetkov M.P. Multihypothetical recognition of three-dimensional objects in distorted images. *Proc. Univ. Electronics*, 2018, vol. 23, no. 4, pp. 379–388. DOI: 10.24151/1561-5405-2018-23-4-379-388

Введение. В ряде технических приложений возникает задача распознавания техногенных трехмерных объектов, находящихся под разными ракурсами относительно системы технического зрения (СТЗ). Например, необходимо распознавать классы транспортных средств по изображениям их двухмерных проекций, искаженных помехами из-за погодных условий или несовершенства оборудования СТЗ. При разработке методов и алгоритмов обработки и анализа изображений в подобных случаях необходимо учитывать следующие основные особенности:

- априорная информация о характеристиках наблюдаемых объектов и фона чаще всего отсутствует или включает лишь приблизительные размеры объектов;
- распознавание трехмерных объектов по их двухмерным проекциям не является однозначным, возможно изменение расстояния и ракурса объекта относительно источника информации и, следовательно, появление геометрических искажений формы объекта на изображениях;
- решение задачи распознавания объектов существенно затрудняется, если объекты находятся на неизвестном фоне или одни из них заслоняют другие, освещение меняется в широких пределах, наблюдение проводится в неблагоприятных метеорологических условиях.

Данные особенности не позволяют построить прямое отображение пространства значений пикселей, составляющих изображение, в множество распознаваемых классов. Следовательно, требуется вводить промежуточные уровни представления изображений. В ряде случаев распознавание должно проводиться на максимальной дальности при ограниченном времени путем обработки сегментированных областей изображения (суперпикселей), отличных от наблюдаемого фона. Если число классов больше двух и поступившее изображение объекта имеет неизвестный ракурс относительно СТЗ, то возникает задача многогипотезного распознавания трехмерных объектов.

Постановка задачи. Имеется множество классов трехмерных объектов $C = (c_1, c_2, \dots, c_K)$. Каждый класс $c_j \in C$, $j = \overline{1, K}$, отличается тем, что его объекты имеют сходство ракурсов при одинаковых углах наблюдения. На вход системы распознавания поступает зашумленное изображение \mathbf{X} объекта с неизвестным ракурсом. Для каждого класса c_j существует набор из b_j эталонных незашумленных изображений $\mathbf{z}_{j1}, \mathbf{z}_{j2}, \dots, \mathbf{z}_{jb_j}$ с различными ракурсами наблюдения. Входное изображение \mathbf{X} представляется случайным вектором $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ в n -мерном пространстве. Эталонные изображения представляются в n -мерном пространстве аналогичным образом. Классам соответствуют функции распределения вероятностей $F(\mathbf{x} | c_1), F(\mathbf{x} | c_2), \dots, F(\mathbf{x} | c_k)$. Вид функций распределения в общем случае неизвестен. Определим класс, к которому относится поступившее изображение объекта, и оценим достоверность выработанного решения.

Предлагаемое решение задачи. Для распознавания изображений используем теорию статистических решений. Многогипотезное распознавание трехмерных объектов будем строить на базе обобщения двухальтернативного решающего правила для двух классов c_1 и c_2 . Известно, что случайный вектор $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ принадлежит классу c_1 , если отношение правдоподобия удовлетворяет неравенству [1, 2]

$$\Lambda(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{w_1(x_1, x_2, \dots, x_n | c_1)}{w_2(x_1, x_2, \dots, x_n | c_2)} > \eta_{12}, \quad (1)$$

в противном случае – классу c_2 . Здесь $w_1(x_1, x_2, \dots, x_n | c_1)$ и $w_2(x_1, x_2, \dots, x_n | c_2)$ – n -мерные плотности вероятности случайных значений x_1, x_2, \dots, x_n при условии их принадлежности соответственно классам c_1 и c_2 ; η_{12} – порог сравнения.

Для дальнейшего рассмотрения соотношение (1) запишем в краткой форме:

$$\Lambda(\mathbf{x}) = \frac{w_1(\mathbf{x} | H_1)}{w_2(\mathbf{x} | H_2)} > \eta_{12}, \quad (2)$$

где H_1 и H_2 – гипотезы относительно принадлежности вектора \mathbf{x} классу c_1 и c_2 .

Следует отметить, что в теории статистических решений плотности распределения $w_j(\mathbf{x} | H_j)$, $j = 1, 2$ являются априорно известными. Однако при статистическом распознавании изображений они, как правило, неизвестны. Для непараметрической оценки неизвестных плотностей распределения $w_j(\mathbf{x} | H_j)$, $j = 1, 2$, по обучающим выборкам могут применяться такие методы, как гистограммный, Парзена, разложения по базисным функциям, локального оценивания по k -ближайшим соседям, а также ряд специальных методов нелинейного оценивания [3–6]. Полученные оценки плотностей

распределения $w_j(\mathbf{x} | H_j), j = 1, 2$, подставляются в решающее правило (1). Соответственно, с порогом сравнивается не отношение правдоподобия $\Lambda(\mathbf{x})$, а его оценка $\hat{\Lambda}(\mathbf{x})$.

Для упрощения вычислений левую и правую части решающего правила (2) логарифмируем:

$$\ln \hat{\Lambda}(\mathbf{x}) = \ln \left(\frac{w_1(\mathbf{x} | H_1)}{w_2(\mathbf{x} | H_0)} \right) > \ln \eta_{12}. \quad (3)$$

Во многих случаях задача облегчается, если, анализируя обучающие выборки, удастся вынести предварительное суждение относительно вида их закона распределения. Тогда априорная неопределенность будет относиться только к параметрам этого распределения и требуется найти их оценки, после чего применить известные методы параметрического распознавания. С формальной точки зрения закон распределения обучающей выборки может быть любым. На практике при параметрическом распознавании почти всегда используется нормальный закон [7]:

$$w_j(\mathbf{x} | H_j) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} |\hat{\Sigma}|^{1/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \hat{\mu}_j)^T \hat{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x} - \hat{\mu}_j) \right], \quad j = 1, 2, \quad (4)$$

где $\hat{\mu}_j$ – оценка математического ожидания случайного вектора \mathbf{x} , когда справедлива j -я гипотеза; $\hat{\Sigma}$, $|\hat{\Sigma}|$ и $|\hat{\Sigma}|^{-1}$ – оценки корреляционной матрицы вектора \mathbf{x} , ее определителя и обратной корреляционной матрица этого вектора соответственно.

Подставляем (4) в (3) и после преобразований получаем

$$\ln \hat{\Lambda}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \hat{\Sigma}^{-1} (\hat{\mu}_1 - \hat{\mu}_2) - \frac{1}{2} (\hat{\mu}_1 + \hat{\mu}_2)^T \hat{\Sigma}^{-1} (\hat{\mu}_1 - \hat{\mu}_2). \quad (5)$$

Обозначим правую часть равенства (5) через u . Величина u является линейной комбинацией нормально распределенных компонент вектора \mathbf{x} и, следовательно, подчиняется нормальному закону распределения, параметры которого имеют различные значения для рассматриваемых гипотез H_0 и H_1 . Можно доказать, что для гипотезы H_1

математическое ожидание и дисперсия величины u соответственно имеют вид

$$M(u) = \frac{\Delta}{2}, \quad \sigma^2(u) = \Delta, \\ \Delta = (\hat{\mu}_1 - \hat{\mu}_2)^T \hat{\Sigma}^{-1} (\hat{\mu}_1 - \hat{\mu}_2).$$

Аналогично для гипотезы H_2 параметры нормального закона определяются как

$M(u) = -\frac{\Delta}{2}, \quad \sigma^2(u) = \Delta$. Величина u для различных гипотез имеет законы распределения

$w(U | H_1) = \mathfrak{N}\left(\frac{\Delta}{2}, \Delta\right), \quad w(U | H_2) = \mathfrak{N}\left(-\frac{\Delta}{2}, \Delta\right)$, показанные на рис.1.

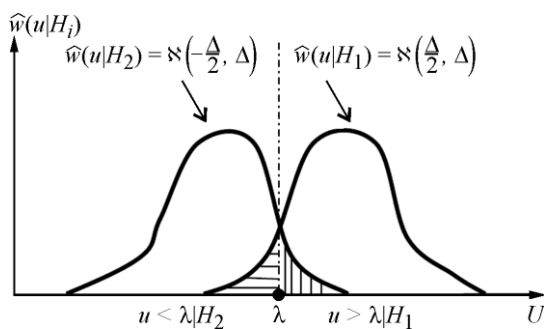


Рис.1. Плотности распределения величины u при двухальтернативном распознавании
Fig.1. The densities of the distribution of the value of u for two-alternative recognition

Для решения в пользу одной из двух гипотез (H_1 и H_2) требуется сравнить значение u с порогом $\lambda = \ln \eta_{12}$. Из рис.1 следует, что возможно возникновение ошибочных решений: при гипотезе H_1 , если $u < \lambda$, и при гипотезе H_2 , если $u > \lambda$. Вероятности ошибочных решений рассчитываются по формулам:

$$P(u < \lambda | H_1) = \int_{-\infty}^{\lambda} \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u-\Delta}{2}\right)^2/\Delta} du = \Phi\left[\left(\lambda - \frac{\Delta}{2}\right)/\sqrt{\Delta}\right],$$

$$P(u > \lambda | H_2) = \int_{\lambda}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u+\Delta}{2}\right)^2/\Delta} du = \Phi\left[\left(\lambda + \frac{\Delta}{2}\right)/\sqrt{\Delta}\right],$$

где $\Phi(x)$ – функция стандартного нормального распределения $\mathcal{N}(0,1)$ [8]

Вероятности ошибочных решений не дают однозначного ответа относительно класса распознаваемого объекта. Поэтому возникает вопрос: какое решение следует считать лучшим в конкретной ситуации? Часто полагают, что объект принадлежит определенному классу, если вероятность правильного распознавания более 0,5. Для аргументированного решения, соответствующего конкретной ситуации, предлагается использовать технологию ROC-анализа (*Receiver Operator Characteristic* – рабочая характеристика приемника), которая позволяет оценить качество бинарной классификации [9, 10].

Считается, что у классификатора имеется некоторый параметр, варьируя который, возможно получить то или иное разбиение объектов на два класса. Указанный параметр называют точкой отсечения (*cut-off value*), или порогом, используемым для отделения объектов одного класса от другого. Оптимальное значение порога определим по соотношению вероятности правильного распознавания P_{Π} и вероятности ложного распознавания, которое в ROC-анализе традиционно называется вероятностью ложной тревоги $P_{\text{л.т}}$. Отметим, что сумма этих двух вероятностей в общем случае не равна 1, так как при их вычислении рассматриваются различные гипотезы.

Графической характеристикой для оценки качества модели бинарной классификации является ROC-диаграмма, которая рассчитывается следующим образом:

- для каждого значения порога, которое меняется от 0 до 1 с шагом Δx (например, 0,1), вычисляются характеристики P_{Π} и $P_{\text{л.т}}$;
- строится график ROC-кривой, для чего по оси Y откладывается P_{Π} , по оси X – $P_{\text{л.т}}$.

Таким образом, система распознавания с фиксированными вероятностями P_{Π} и $P_{\text{л.т}}$ отображается точкой, а систему с различными парами вероятностей P_{Π} и $P_{\text{л.т}}$ можно аппроксимировать ROC-кривой. Пример ROC-диаграммы приведен на рис.2. Максимальное значение порога ROC-кривой соответствует точке (0,0), минимальное – точке (1,1).

Для идеальной системы распознавания график ROC-кривой проходит через точки (0,0), (0,1), (1,1), т.е. через верхний левый угол ROC-диаграммы, где $P_{\Pi} = 1$, $P_{\text{л.т}} = 0$. Однако на практике добиться этого нельзя, более того, невозможно одновременно повысить P_{Π} и снизить $P_{\text{л.т}}$, так как повышение P_{Π} неизбежно сопровождается увеличением $P_{\text{л.т}}$ и, наоборот, снижение $P_{\text{л.т}}$ влечет уменьшение P_{Π} .



Рис.2. ROC-диаграмма классификатора при различных значениях порога

Fig.2. ROC-diagram of the classifier (the dependence of $P_{\text{п}}$ on $P_{\text{л.т.}}$) for different values of the threshold



Рис.3. ROC-кривые классификаторов с различными характеристиками качества распознавания (возрастание номеров соответствует ухудшению качества)

Fig.3. ROC-curves of classifiers with different characteristics of recognition quality (the increase in numbers corresponds to deterioration in quality)

вероятность $P_{\text{л.т}}$ (по графику ROC-кривой), при которой еще обеспечивается требуемая вероятность $P_{\text{п}}$.

После выбора критерия необходимо определить пороговый уровень, используемый для выработки решения о распознаваемом классе. Каждая точка ROC-кривой соответствует некоторому порогу. Условно можно выделить три типа порогов (рис.4). Пороги, соответствующие точкам в левом нижнем углу ROC-диаграммы, позволяют минимизировать количество ложных тревог за счет уменьшения количества правильных распознаваний. Напротив, пороги, соответствующие точкам ROC-кривой в правом верхнем углу диаграммы, дают возможность максимизировать количество правильных распознаваний за счет увеличения ложных тревог. Как правило, оптимальной точкой является точка, ближе всего расположенная к верхнему левому углу графика или максимально удаленная от диагональной прямой линии (см. рис.4).

Диагональ ROC-диаграммы соответствует классификатору, который не различает классы, так как $P_{\text{п}} = P_{\text{л.т}}$. Если ROC-кривая расположена ниже диагонали, то $P_{\text{п}} < P_{\text{л.т}}$ и качество такого классификатора оказывается еще хуже. Таким образом, ROC-кривые, представляющие практический интерес, должны быть выше линии $Y = X$, и чем они ближе к линии идеального классификатора $Y = 1$, тем качество классификатора выше (рис.3).

При проектировании оптимальной системы распознавания нужно искать компромисс между показателями $P_{\text{п}}$ и $P_{\text{л.т}}$, т.е. оптимальный порог отсекается гипотез. В свою очередь, для определения такого порога следует установить критерии его выбора, а именно:

- максимизация суммарной вероятности правильного срабатывания системы распознавания при гипотезах H_1 и H_2 , т.е. $\max[(1 - P_{\text{л.т}}) + P_{\text{п}}]$;

- баланс между вероятностями правильного срабатывания системы при двух гипотезах, т.е. требуется выполнить соотношение: $(1 - P_{\text{л.т}}) \approx P_{\text{п}}$ или $\min[(1 - P_{\text{л.т}}) - P_{\text{п}}]$;

- обеспечение заданной вероятности правильного распознавания при гипотезе H_1 .

На практике часто необходимо получить вероятность $P_{\text{п}}$ не менее определенного значения. В этом случае оптимальному порогу будет соответствовать та минимальная веро-

Отметим, что ROC-анализ в рассмотренном виде может применяться только для бинарной классификации изображений. Основная методологическая трудность при распознавании изображений объектов многих классов ($K > 2$) состоит в сведении такой задачи к бинарной классификации. Естественной основой многогипотезного распознавания является операция сравнения отношения правдоподобия с порогом, когда количество отношений правдоподобия возрастает пропорционально числу классов. Наиболее правдоподобным можно считать класс, для которого все отношения правдоподобия превышают заранее определенные пороги. Сформулируем решающее правило многогипотезного распознавания, полагая сначала, что любой класс представлен одним эталонным изображением. Объект, отображаемый случайным вектором \mathbf{x} , принадлежит классу c_p , если неравенство

$$\Lambda_{pg}(\mathbf{x}) = \left(\frac{w_p(\mathbf{x} | c_p)}{w_g(\mathbf{x} | c_g)} \right) > \eta_{pg} \quad (6)$$

выполняется для всех $g = 1, 2, \dots, p-1, p+1, \dots, K$, при этом $w_p(\mathbf{x} | c_p)$, $w_g(\mathbf{x} | c_g)$ – оценки функций правдоподобия для классов c_p и c_g , полученные по обучающим выборкам; η_{pg} – заданный порог сравнения.

При построении алгоритмов многогипотезного распознавания приходится рассматривать во взаимосвязи большое количество сравниваемых вариантов (6). Поэтому необходимо ввести отношение предпочтения гипотез и соблюсти ряд формальных ограничений. Отношение $p \phi g$ означает, что поступившее изображение предпочтительно сопоставить с классом p , чем g . Отношение $p \geq g$ указывает, что p либо предпочтительнее g , либо не уступает g .

Отношение предпочтения должно быть рациональным, т.е. не противоречить следующим трем основным требованиям [11]:

1. Сравнимость. $\forall p, g \in C$: или $p \phi g$, или $g \phi p$, или $p \sim g$, где « \sim » – отношение безразличия. Сравнимость предполагает, что всегда можно определить одну из следующих возможностей: предпочтительна либо гипотеза p , либо гипотеза g , либо гипотезы равнозначны, и тогда для выбора следует использовать датчик случайных чисел.

2. Рефлексивность. $\forall p \in C$: $p \geq p$. Рефлексивность подразумевает, что любой вариант распознавания, по крайней мере, не хуже самого себя. Несоблюдение этого очевидного требования в процессе многогипотезного распознавания может привести к абсурдным выводам.

3. Транзитивность. $\forall p, g, q \in C$: если $p \phi g$ и $g \phi q$, то $p \phi q$. Если предпочтения не являются транзитивными, то может существовать множество вариантов, выбор лучшего из которых невозможен.

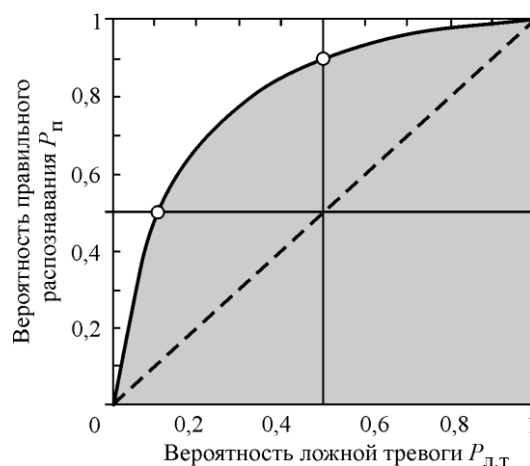


Рис.4. Области ROC- кривой с различными типами порогов

Fig.4. Areas of the ROC-curve with different types of thresholds

Покажем на примере, что выбор порогов оказывает существенное влияние на выполнение свойства транзитивности. В соответствии со статистическим подходом теории распознавания [11] пороговое значение η_{pg} при многогипотезном распознавании может быть вычислено по общей формуле:

$$\eta_{pg} = \frac{(L_{gp} - L_{gg})p(c_g)}{(L_{pg} - L_{pp})p(c_p)}, \quad (7)$$

где $p(c_g)$ и $p(c_p)$ – априорные вероятности рассматриваемых гипотез; L_{pg} – функции ошибки (штрафа) при отнесении изображения объекта к классу c_g , когда он принадлежит классу c_p ; L_{gp} – функция штрафа при возникновении противоположной ситуации; $L_{gg} = L_{pp} = 0$ для большинства практических приложений.

Пример. Пусть поступившее изображение объекта относится к одному из трех классов. В этом случае достаточно проверить выполнение следующих неравенств:

$$\frac{w_1(\mathbf{x}|c_1)}{w_2(\mathbf{x}|c_2)} > \eta_{12}, \quad \frac{w_2(\mathbf{x}|c_2)}{w_3(\mathbf{x}|c_3)} > \eta_{23}, \quad \frac{w_1(\mathbf{x}|c_1)}{w_3(\mathbf{x}|c_3)} > \eta_{13}$$

и вынести заключение в пользу более предпочтительной гипотезы. Учитывая значительный произвол в выборе значений штрафов и сложность определения априорных вероятностей $p(c_j)$ и $p(c_i)$, в (7) нельзя исключить, например, следующий набор пороговых значений: $\eta_{12} = 1,2$; $\eta_{23} = 0,8$; $\eta_{13} = 1,7$.

Пусть гипотеза 1 предпочтительнее гипотезы 2, которая, в свою очередь, предпочтительнее гипотезы 3. В этом случае выполняются первые два неравенства. Следовательно, $w_1(\mathbf{x}|c_1) > 1,2w_2(\mathbf{x}|c_2)$, $w_3(\mathbf{x}|c_3) < w_2(\mathbf{x}|c_2)/0,8$, откуда $w_1(\mathbf{x}|c_1)/w_3(\mathbf{x}|c_3) < 1,5$. С учетом значения порога $\eta_{13} = 1,7$ приходим к выводу, что гипотеза 3 оказывается предпочтительнее гипотезы 1, что противоречит исходному предположению.

Для исключения подобных ситуаций и соблюдения свойства транзитивности требуется провести предварительный анализ взаимосвязи правил бинарной классификации с целью коррекции значений порогов, что представляет достаточно сложную задачу при многогипотезном распознавании. Для ее упрощения предлагается ввести следующие ограничения: считать во всех правилах бинарной классификации равновероятными априорные вероятности гипотез и одинаковыми штрафы при ошибочных решениях. Полагая в правиле (7) $p(c_g) = p(c_p)$; $p(c_j)$, получаем $\eta_{pg} = 1$.

С учетом введенных ограничений правило (6) упрощается и после преобразования формулируется следующим образом. Случайный вектор \mathbf{x} принадлежит классу c_p , если неравенство $w_p(\mathbf{x}|c_p) > w_g(\mathbf{x}|c_g)$ выполняется для всех $g = 1, 2, \dots, p-1, p+1, \dots, K$.

Оценим вероятности ошибок многогипотезного распознавания путем обобщения формул ошибок первого и второго рода бинарной классификации. Вероятность отнести вектор \mathbf{x} , принадлежащий классу c_p , к другим классам, к которым он не относится, вычислим по формуле

$$P_{\text{el}} = P(c_1|c_p) + P(c_2|c_p) + \dots + P(c_{p-1}|c_p) + P(c_{p+1}|c_p) + \dots + P(c_k|c_p),$$

где $P(c_j|c_p)$, $j \neq p$, – вероятность ошибочного отождествления вектора \mathbf{x} с классом c_j .

Вероятность отнести вектор \mathbf{x} , не принадлежащий классу c_p , к этому классу, если он относится к другим классам, равна:

$$P_{\varepsilon 2} = P(c_p|c_1) + P(c_p|c_2) + \dots + P(c_p|c_{p-1}) + P(c_p|c_{p+1}) + \dots + P(c_p|c_k),$$

где $P(c_p|c_j)$, $p \neq j$, – вероятность ошибочного отождествления вектора \mathbf{x} с классом c_p .

Рассмотрим многогипотезное распознавание, когда каждый класс c_j представлен множеством b_j эталонных изображений объекта $\{z_{j1}, z_{j2}, \dots, z_{jb_j}\}$ с различными ракурсами наблюдения. Составим общий список эталонных изображений, для чего сначала перечислим изображения класса c_1 , затем к ним добавим изображения класса c_2 и т.д. После чего последовательно перенумеруем изображения в порядке заполнения списка. Пусть полученный список содержит R эталонных изображений, представленных в виде последовательности эталонных векторов. Случайный вектор \mathbf{x} отождествляется с эталонным вектором под номером h в общем списке, если неравенство $\hat{w}_p(\mathbf{x}|h) > \hat{w}_g(\mathbf{x}|r)$ выполняется для всех r ($r \neq h$). По номеру h можно определить не только класс распознаваемого объекта, но и приблизительный ракурс его наблюдения.

Вероятности ошибок многогипотезного распознавания при наличии нескольких эталонных изображений рассчитываются по формулам, аналогичным для одного эталонного изображения. Однако формульные зависимости становятся более громоздкими, так как вместо сочетаний пар распознаваемых классов приходится рассматривать значительно большее количество сочетаний пар эталонных изображений этих классов.

Заключение. Предложенный подход к распознаванию трехмерных объектов с неизвестным ракурсом наблюдения по изображениям их двухмерных проекций основан на двухальтернативном решающем правиле математической статистики и обобщает его применительно к задачам распознавания изображений объектов нескольких классов, представленных как одним, так и множеством эталонных изображений. Эффективность бинарной классификации может оцениваться с помощью ROC-анализа, который также целесообразно использовать при выработке аргументированных решений на этапе проектирования алгоритмов многогипотезного распознавания трехмерных объектов в сложных условиях. Рассмотренные алгоритмы характеризуются большой сложностью, что затрудняет их практическую реализацию в настоящее время. Однако стремительный рост производительности многопроцессорных систем с параллельной обработкой информации, а также высокие возможности распараллеливания алгоритмов распознавания дают основания полагать, что эта проблема будет постепенно преодолеваться.

Литература

1. *Тюрин Ю.Н.* Многомерная статистика: гауссовские линейные модели. – М.: Изд-во МГУ, 2011. – 136 с.
2. Математическая статистика / *В.Б. Горяинов, И.В. Павлов, Г.М. Цветкова и др.* – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 424 с.
3. *Епанечников В. А.* Непараметрическая оценка многомерной плотности вероятности // Теория вероятностей и ее применения. – 1969. – Т. 14. – № 1. – С. 156–161.
4. *Бхаттачария Р.Н., Ранга Рао Р.* Аппроксимация нормальным распределением и асимптотические разложения. – М.: Наука, 1982. – 288 с.
5. *Холлендер М., Вулф Д.А.* Непараметрические методы статистики. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 518 с.
6. *O'Gorman T.W.* Applied adaptive statistical methods: tests of significance and confidence intervals. – Philadelphia: SIAM, 2004. – 189 p.

7. *Bolstad W.M., Curran J.M.* Introduction to bayesian statistics. – 3rd ed. – Hoboken: Wiley, 2016. – 620 p.
8. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей. – М.: Высшая школа, 2006. – 575 с.
9. *Fawcett T.* An introduction to ROC analysis. – Palo Alto, USA: Institute for the Study of Learning and Expertise, 2005. – 14 p.
10. *Krzanowski W.J., Hand D.J.* ROC curves for continuous data // Chapman and Hall/CRC, 2009. – 235 p.
11. *Боровков А.А.* Математическая статистика. – М.: Наука, 1984. – 472 с.
12. *Аляев Ю.А.* Дискретная математика и математическая логика. – М.: Финансы и статистика, 2006. – 368 с.

Поступила 17.04.2018 г.; принята к публикации 24.04.2018 г.

Бархоткин Вячеслав Александрович – доктор технических наук, профессор, директор НИИ вычислительных средств и систем управления Национального исследовательского университета «МИЭТ» (Россия, 124498, г. Москва, г. Зеленоград, пл. Шокина, д. 1)

Кочетков Михаил Петрович – кандидат технических наук, доцент Института микроприборов и систем управления Национального исследовательского университета «МИЭТ» (Россия, 124498, г. Москва, г. Зеленоград, пл. Шокина, д. 1), kmp@miec.ru

References

1. Tyurin Yu.N. *Multidimensional statistics: Gaussian linear models*. Moscow, Izd-vo MGU, 2011. 136 p. (in Russian).
2. Goryainov V.B., Pavlov I.V., Tsvetkova G.M. et al. *Math statistics*. Moscow, Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana, 2001. 424 p. (in Russian).
3. Epanechnikov V.A. Nonparametric estimation of the multidimensional probability density. *Teoriya veroyatnostey i eyë primeneniya = Probabilities theory and its application*, 1969, vol. 14, no. 1, pp. 156–161. (in Russian).
4. Bkhattachariya R.N., Ranga Rao R. *Approximation by a normal distribution and asymptotic expansions*. Moscow, Nauka Publ., 1982. 288 p. (in Russian).
5. Kholender M., Vulf D.A. *Nonparametric methods of statistics*. Moscow, Finansy i statistika Publ., 1983. 518 p. (in Russian).
6. *O’Gorman T.W.* *Applied adaptive statistical methods: tests of significance and confidence intervals*. Philadelphia, SIAM, 2004. 189 p.
7. *Bolstad W.M., Curran J.M.* *Introduction to Bayesian Statistics 3rd Edition*. – Hoboken, Wiley, 2016. 620 p.
8. *Venttsel’ E.S.* *Probabilities Theory*. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2006. 575 p. (in Russian).
9. *Fawcett T.* *An introduction to ROC analysis*. Institute for the Study of Learning and Expertise, Palo Alto, USA. 2005. 14 p.
10. *Krzanowski W.J., Hand D.J.* *ROC Curves for Continuous Data*. Chapman and Hall/CRC, 2009. 235 p.
11. *Borovkov A.A.* *Math statistics*. Moscow, Nauka Publ., 1984. 472 p. (in Russian).
12. *Alyayev Yu.A.* *Discrete mathematics and mathematical logic*. Moscow, Finansy i statistika Publ., 2006. 368 p. (in Russian).

Submitted 17.04.2018; Accepted 24.04.2018.

Information about the authors:

Vyacheslav A. Barhotkin – Dr. Sci. (Eng.), Prof., Director of Research Institute of Computing Means and Control Systems, National Research University of Electronic Technology (Russia, 124498, Moscow, Zelenograd, Shokin sq.,1)

Mikhail P. Kochetkov – Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Prof. of the Institute of Microdevices and Control Systems, National Research University of Electronic Technology (Russia, 124498, Moscow, Zelenograd, Shokin sq.,1), kmp@miec.ru